

Modeling of a HVAC System for Clean Rooms

J. Pacheco, J. J. Rubio, *Member, IEEE*, J. A. Hernandez, A. Medina, A. Lopez, A. Zacarias

Abstract—This paper presents a thermal model for a Heating, Ventilation and Air Conditioning system (HVAC) and the analysis to observe its effects in clean room installations and its application in a real system.

Keywords—HVAC, clean rooms, state space.

I. INTRODUCCIÓN

Un sistema de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC) es la tecnología que se usa en interiores para mantener un clima agradable. El objetivo es proporcionar confort térmico y calidad de aire aceptable. El diseño de un sistema HVAC se basa en los principios de la termodinámica, mecánica de fluidos y transferencia de calor. Los cuartos limpios (clean rooms) son áreas donde se minimizan la introducción, generación y retención de partículas en el interior del cuarto, y en el cual la temperatura, humedad, patrones de flujo de aire, movimiento del aire y presión son controlados.

Los sistemas HVAC se basan en inventos y descubrimientos realizados por Nikolay Lvov, Michael Faraday, Willis Carrier, Edwin Ruud, Reuben Trane, James Joule, William Rankine, Sadi Carnot y muchos otros [1].

Existen algunos trabajos acerca de calor, ventilación y aire acondicionado (HVAC). En [2], los trabajos están enfocados en el modelado y propuestas de control de equipos para mejorar la eficiencia energética y el control de variables de temperatura, humedad, o flujo para la calidad del aire en sistemas HVAC. En [3], se muestra la comparación de diversas estrategias también resulta de gran ayuda pues permite tener un mejor panorama del problema planteado. En [4], se muestran algunos estudios para desarrollar herramientas para la simulación de edificios y otros servicios técnicos. En [5], los autores consideran el monitoreo y análisis de datos para validar o proponer métodos avanzados de diagnósticos para el mantenimiento predictivo de los sistemas de automatización. En [6], se presentan aplicaciones de software que han sido desarrolladas para el modelado de sistemas para aplicaciones específicas en HVAC. En [7], se muestra la transferencia de calor sobre un cilindro de estiramiento. En [8], se presenta el modelo de un enfriador de átomos. En [9],

se estudia el flujo de calor asimétrico presente en un sistema unidimensional de osciladores. En [10], se presenta un estudio experimental de la evolución estructural de un revestimiento bicapa producido mediante difusión termo-reactiva. En [11], se introduce una aplicación en análisis con solución explícita de distribución de temperatura en una sola dimensión. En [12], se considera la demanda de electricidad para sistemas HVAC. Los estudios mencionados muestran que los sistemas HVAC son un tema actual.

Existe la necesidad de determinar el comportamiento de un sistema HVAC para analizar su eficiencia. Por lo cual, en el presente trabajo, se propone y desarrolla un modelo térmico novedoso para un sistema de calor, ventilación, y aire acondicionado (HVAC), con el cual es posible observar sus efectos en instalaciones de cuartos limpios.

El resto de este estudio es como sigue. En la sección II, se muestra el desarrollo del modelo térmico de un edificio en el cual se plantean las definiciones y ecuaciones de los fenómenos térmicos de conducción, convección y radiación, observando su analogía con efectos eléctricos hasta la obtención del modelo térmico equivalente. Posteriormente, se expone un modelo térmico aproximado, se analiza un modelo basado en las propiedades térmicas de las paredes que permiten determinar la forma en que transfiere el calor desde el exterior hacia el interior, considerando otros factores como el aire de entrada suministrado por el sistema de acondicionamiento de aire, y la energía generada por la iluminación. En la sección III, se presenta el modelado con las variables y constantes del sistema real para la obtención de las funciones de transferencia. Se han seleccionado conceptos de la teoría del control moderno para tratar el problema en forma de espacio de estados ya que es posible conocer los efectos por separado y en forma conjunta de cada una de las entradas al sistema. La sección IV se enfoca en la validación del modelo la cual se realiza con mediciones experimentales a través de la recolección de diferentes temperaturas que interactúan con el área para comparar los resultados de las simulaciones. Por último, en la sección se exponen las conclusiones a las que se llegó y la propuesta de trabajos futuros que pudieran derivarse de esta investigación.

II. CONCEPTOS IMPORTANTES

A. Propiedades térmicas de los edificios

Las características térmicas de un edificio residencial difieren de los de un edificio comercial debido a la estructura, tamaño, materiales y sistemas HVAC. En [13] se demostró que el tipo de edificio determina la eficacia del aislamiento térmico. Concluye que el impacto de aislamiento térmico es más significativo en el desempeño de la construcción, como la mayoría de las instalaciones residenciales y pequeños edificios comerciales, mientras que no es obvio que el calor generado internamente puede ser atrapado más eficazmente con un mejor aislamiento.

J. Pacheco, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional, México, jpachecoma@ipn.mx

J. de J. Rubio, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional, México, jrubioa@ipn.mx, rubio.josedejesus@gmail.com

J. A. Hernandez, Instituto Politécnico Nacional, ESIME Azcapotzalco, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, México, jhernandezh0000@egresado.ipn.mx

A. Medina, Instituto Politécnico Nacional, ESIME Azcapotzalco, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, México, amedinao@ipn.mx

A. Lopez, Instituto Politécnico Nacional, ESIME Azcapotzalco, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, México, ablopezv@ipn.mx

A. Zacarias, Instituto Politécnico Nacional, ESIME Azcapotzalco, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, México, azacarias@ipn.mx

Sin tener en cuenta las otras diferencias entre un edificio residencial y un edificio comercial, los procesos de transferencia de calor y masa en el interior son muy similares. La transferencia de calor y masa que tendría lugar en los edificios residenciales típicos se ilustra en la Fig. 1. A pesar de que las casas residenciales tienen diferentes características estructurales, una instalación de un solo cuarto es suficiente para explicar el proceso de transferencia de calor. La habitación está separada del aire libre por una pared externa y una ventana, y encima y debajo, por un techo y un piso de losa. La habitación está equipada con un sistema de climatización HVAC que proporciona calefacción o enfriamiento a través de la circulación de aire entre el cuarto y la unidad manejadora vía los ductos de inyección y de retorno.

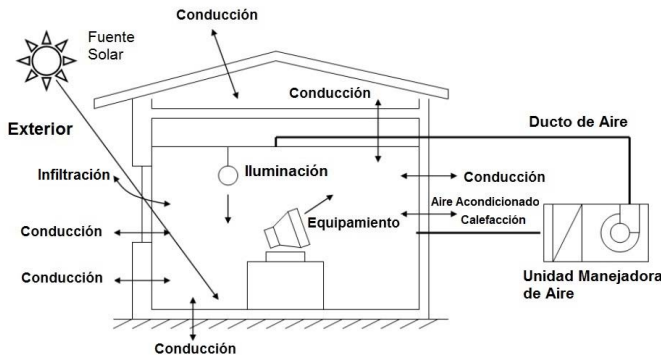


Figura 1. Procesos de transferencia de masa y calor involucradas en la simulación de energía de edificios.

El proceso de transferencia de calor y masa incluye los siguientes 5 elementos:

- 1) La transferencia de calor por conducción a través de los elementos de la estructura del edificio, incluyendo las paredes exteriores, el techo, el plafón y los pisos de losa;
- 2) Transmisión de la radiación solar y la conducción a través de cristales de las ventanas;
- 3) Filtración de aire exterior;
- 4) La disipación de calor y humedad de los ocupantes, equipamiento, iluminación, y otros materiales dentro de la habitación; y
- 5) Calefacción y enfriamiento proporcionado por el sistema HVAC.

Modelo térmico de un edificio:

La capacidad de almacenamiento de calor y la transmisibilidad de calor son las propiedades térmicas fundamentales de los elementos en los edificios. Paredes, techos, puertas y espacios de aire concentrado en el interior son componentes del edificio que pueden almacenar energía. La capacidad de estos elementos para el almacenamiento de energía es una función de su masa y su capacidad específica de calor. El calor no sólo se almacena, también puede ser transmitido a través de componentes del edificio en diferentes maneras. La representación útil de una red térmica es por medio de un circuito analógico donde el calor almacenado está representado por capacitores y la transmisión de calor por resistencias. Se desarrolla un modelo para la construcción de elementos térmicos del edificio tales como habitaciones y paredes usando el método de capacitancia global. Para ser útil en el diseño del control, el modelo tiene que ser simple pero lo

suficientemente preciso para que se conserven los comportamientos dinámicos relevantes de los elementos térmicos.

Almacenamiento de calor:

Una propiedad básica de los materiales es la capacidad calorífica específica c_p , que es la cantidad física de calor o energía térmica medible necesaria para cambiar la temperatura de una cantidad unitaria de una sustancia en una unidad. Se requiere más calor para aumentar la temperatura de una sustancia con alta capacidad calorífica específica que uno con baja capacidad calorífica. Para un objeto con masa m y capacidad calorífica c_p , una tasa de cambio de temperatura \dot{T} corresponde al flujo de calor, denotado por Q , como se muestra en la ecuación (1):

$$Q = mc_p \dot{T} \quad (1)$$

En el lenguaje más familiar de la ingeniería eléctrica, es mc_p es la capacitancia, \dot{T} es la tasa de cambio de potencial eléctrico (voltaje) y Q es la corriente.

Transferencia de calor:

La transferencia de calor tiene lugar a través de los mecanismos de conducción, convección y radiación como se muestra en la Fig. 2.

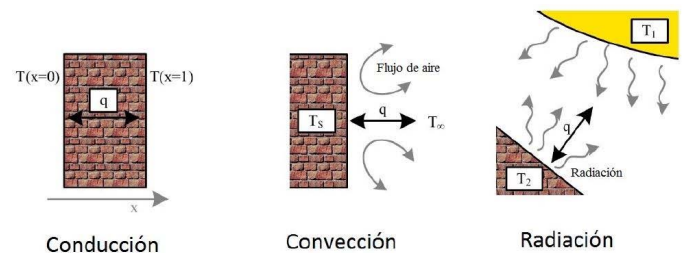


Figura 2. Mecanismos de transferencia de calor.

Conducción:

Cuando hay un gradiente de temperatura en un medio estacionario, usamos el término conducción para referirse a la transferencia de calor que se produce a través del medio. La conducción puede ser vista como la transferencia de energía a partir de las partículas más activas a las menos activas de una sustancia debido a las interacciones entre las partículas.

Es posible cuantificar el proceso de transferencia de calor en términos de las ecuaciones de velocidad apropiadas. Estas ecuaciones pueden utilizarse para calcular la cantidad de energía transferida por unidad de tiempo. Para la conducción de calor, la ecuación de rapidez se conoce como *Ley de Fourier*. Para la pared con plano unidimensional mostrado en la Fig. 2 se tiene una temperatura de distribución $T(x)$, la ecuación de rapidez se expresa como:

$$q_x = -kA \frac{dT(x)}{dx}$$

El calor q_x [W] es la rapidez de transferencia de calor en la dirección x y es proporcional al gradiente de temperatura, dT/dx , en esa dirección [14]. La constante de proporcionalidad k es una propiedad de transporte conocido como conductividad térmica [W/mK] y es una característica del material de la pared. A es el área de la superficie de contacto (la pared). El signo negativo es una consecuencia del hecho de que el calor se transfiere en la dirección de disminución de temperatura.

Bajo la condición de estado estable la distribución de temperatura es lineal, y el gradiente de temperatura puede expresarse como:

$$\frac{dT(x)}{dx} = \frac{T_2(x) - T_1(x)}{L}$$

donde L es el espesor de la pared y el flujo de calor es entonces:

$$q_x = \frac{kA}{L}(T_1(x) - T_2(x)) \quad (2)$$

En el contexto de edificios, la conducción se produce a través de paredes sólidas que no están en equilibrio térmico.

Convección:

El modo de transferencia de calor por convección se compone de dos mecanismos. Además de transferencia de energía debido al movimiento molecular aleatorio (difusión), la energía también se transfiere por la masa, o el movimiento macroscópico del fluido. Por lo tanto podemos describir el modo de transferencia de calor por convección como transferencia de energía que ocurre dentro de un fluido debido a la combinación de efectos de conducción y la masa del fluido en movimiento.

Independientemente de la naturaleza particular del proceso de transferencia de calor por convección, la ecuación de rapidez apropiada es de la forma:

$$q = hA(T_s - T_\infty) \quad (3)$$

donde q , la transferencia de calor por convección [W] es proporcional a la diferencia entre la temperatura de la superficie T_s y la temperatura del fluido T_∞ . Esta expresión se conoce como la *Ley de Newton* de enfriamiento y la constante de proporcionalidad h [W/m²K] se denomina el coeficiente de transferencia de calor por convección. A es el área de la superficie en contacto. Depende de las condiciones en la capa límite, que están influenciadas por la geometría de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido, y un conjunto de propiedades termodinámicas y de transporte del fluido.

Cuando se utiliza la ecuación (3), el flujo de calor por convección se asume que es *positivo* si el calor se transfiere desde la superficie ($T_s > T_\infty$) y *negativo* si se transfiere el calor a la superficie ($T_\infty > T_s$).

Radiación:

La radiación térmica es la energía emitida por la materia que está a una temperatura finita. La energía del campo de radiación es transportada por las ondas electromagnéticas (o alternativamente, fotones). Mientras que la transferencia de energía por conducción o convección requiere la presencia de un medio material, la radiación no. De hecho se produce transferencia de radiación más eficientemente en el vacío. Considere la posibilidad de procesos de transferencia de radiación para la superficie de la Fig. 2. La radiación que se emite de la superficie se origina a partir de la energía térmica de la materia delimitada por la superficie, y la rapidez a la que la energía se libera por unidad de área ($\dot{W} = m^2$) se denomina la superficie *emisiva de potencia* E . Hay un límite superior para la potencia de emisión, que está prescrito por la ley de *Stefan-Boltzmann*:

$$E_b = \sigma T_s^4$$

donde T_s es la temperatura absoluta [K] de la superficie y σ es la *constante de Stefan-Boltzmann* ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m² K).

Dicha superficie se llama radiador ideal o cuerpo negro. El flujo de calor emitido por una superficie real es menor que la de un cuerpo negro a la misma temperatura y está dada por:

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4$$

donde ε es una propiedad relativa de la superficie denominada como *emisividad*. Con valores en el intervalo de $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Esta propiedad mide cómo una superficie emite energía con relación a un cuerpo negro. Depende en gran medida del material de la superficie y acabado.

B. Circuito térmico equivalente

Resistencia térmica:

En este punto se observa que un concepto muy importante es sugerido por la expresión (2). En particular existe una analogía entre la difusión del calor y la carga eléctrica. Justo como una resistencia eléctrica está asociada con la conducción de la electricidad, una resistencia térmica puede estar asociada con la conducción de calor. Definiendo resistencia como la proporción de potencial a la rapidez de transferencia correspondiente (V/I), se deduce a partir de (2) que la resistencia térmica por conducción en una pared plana es:

$$R_{t,cond} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{q_x} = \frac{L}{kA} \quad (4)$$

Del mismo modo para la conducción eléctrica en el mismo sistema, la ley de Ohm proporciona una resistencia eléctrica de la forma:

$$R_e = \frac{E_{s,1} - E_{s,2}}{I} = \frac{L}{\sigma A} \quad (5)$$

donde L representa la diferencia de potencial y σ representa la conductividad eléctrica del material.

La analogía entre las ecuaciones (4) y (5) es evidente. Una resistencia térmica también puede estar asociada con la transferencia de calor por convección a una superficie. De la Ley de Enfriamiento de Newton,

$$q = hA(T_s - T_\infty),$$

la resistencia térmica por convección es entonces:

$$R_{t,conv} = \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{hA}$$

Las representaciones de circuitos proporcionan una herramienta útil tanto para la conceptualización como para la cuantificación de problemas de transferencia de calor. El circuito térmico equivalente para la pared plana con condiciones de convección en la superficie se muestran en la Fig. 3.

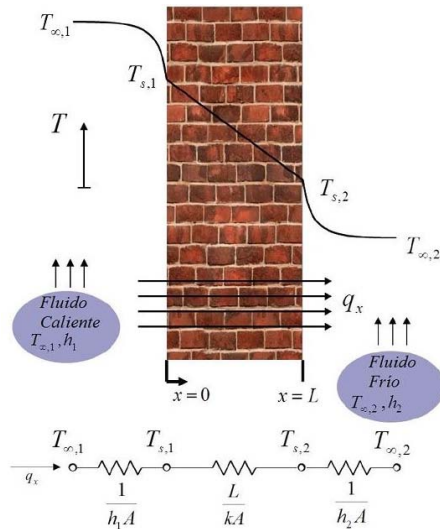


Figura 3. Distribución de temperatura y circuito térmico equivalente.

La rapidez de transferencia de calor puede ser determinado a partir de la consideración por separado de cada elemento de la red. Dado que q_x es la misma a través de la red (por analogía con circuitos eléctricos), de la Fig. 3 se deduce que:

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{\frac{1}{h_1 A}} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\frac{L}{k A}} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty,2}}{\frac{1}{h_2 A}}$$

En términos de la diferencia en la temperatura global, $T_{\infty,1} - T_{\infty,2}$, y la resistencia térmica total, R_{tot} , la tasa de transferencia de calor puede ser también expresada como:

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}}$$

Debido a que las resistencias de conducción y convección están en serie y se pueden sumar, se deduce que:

$$R_{tot} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{k A} + \frac{1}{h_2 A}$$

Capacitancia térmica:

Con el fin de analizar el comportamiento térmico transitorio del modelo, es necesario introducir el concepto de capacitancia térmica. Durante la transferencia de calor transitoria la energía interna (y en consecuencia la temperatura) de los materiales cambian con el tiempo.

La capacitancia térmica o la capacidad térmica es la capacidad de un cuerpo para almacenar calor. Es típicamente medido en unidades de $[J/^\circ C]$ o $[J/K]$ (que son equivalentes). Si el cuerpo consiste de un material homogéneo con suficientes propiedades físicas conocidas, la masa térmica es simplemente la masa del material tantas veces como la capacidad calorífica específica de ese material. Para cuerpos hechos de muchos materiales, la suma de las capacidades de calor para sus componentes puros se puede utilizar en el cálculo.

En el contexto del diseño de edificios, la masa térmica proporciona *inercia* contra las fluctuaciones de temperatura, a veces conocida como el efecto térmico de volante (Thermal Flywheel Effect).

Por ejemplo, cuando las temperaturas exteriores son fluctuantes durante todo el día, una masa térmica grande dentro de la porción aislada de una casa puede servir para aplanar las fluctuaciones de la temperatura diaria, ya que la masa térmica absorberá el calor cuando el entorno sea más caliente que la masa, y devolverá el calor cuando el entorno

sea más fresco. Esto es distinto del valor aislante de un material, lo que reduce la conductividad térmica de un edificio, permitiendo que sea calentado o enfriado relativamente independiente del exterior, o incluso sólo retener el calor corporal de los ocupantes por más tiempo.

Con el fin de captar la evolución de la temperatura de las paredes y habitaciones asignamos una capacitancia con capacidad $C=mc_p$ a cada nodo en el circuito térmico. Nótese que los cuerpos de masa distribuida como las paredes y el aire son considerados como nodos en el modelo.

C. Modelado Térmico

Usando las ecuaciones de transferencia de calor que se revisaron en el apartado anterior, es posible determinar las ecuaciones de transferencia de calor que rigen la distribución de la temperatura en las paredes y cuartos de un edificio sencillo. Las ecuaciones de transferencia y almacenamiento de calor componen un modelo de planta sencilla que representa un edificio de tres habitaciones como el que se muestra en la Fig. 4.

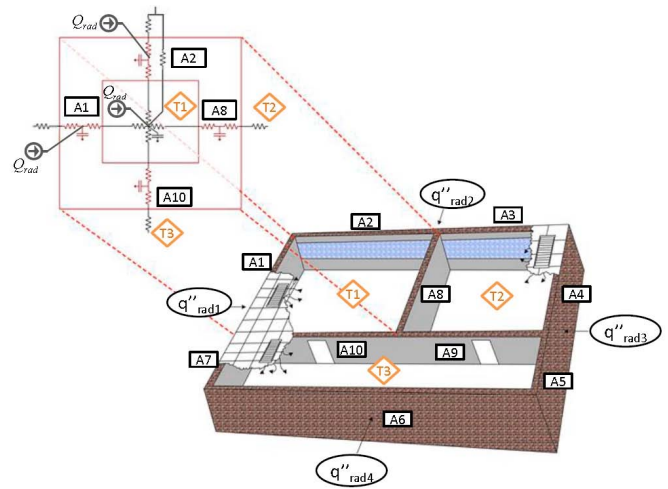


Figura 4. Edificio simple de 3 cuartos con transferencia de calor a través de paredes exteriores o interiores.

Se mencionan a continuación algunas hipótesis realizadas para obtener las ecuaciones:

- El aire de una habitación tiene una temperatura a través de su volumen (modelo agrupado). Un modelo más preciso de la temperatura es significativamente más complejo y no facilita la obtención de las leyes de control.
- El calor específico del aire, c_p , es constante en 1.007. En realidad, el c_p es 1.006 a 250 °K y 1.007 a 300 °K, por lo que la hipótesis es precisa dentro del error de 0.1 % sobre el intervalo de temperaturas que se producirían en un edificio.
- Todas las habitaciones están a la misma presión usada en los ductos de calefacción y refrigeración. El intercambio de aire entre una habitación y la ventilación es isobárica, por lo que la masa de aire en la habitación no va a cambiar en el proceso. Se denota la masa de aire en la sala por m y el índice de masa de aire que entra en la habitación, y que deja el cuarto, por \dot{m} .
- El calentamiento por radiación de cada cara del edificio (N, S, E, O) es una entrada a la planta modelo. En un edificio

real, la posición cambiante del sol durante el día, y las variaciones en la atenuación atmósfera, afectará a la radiación. Aquí, debido a la falta de datos exactos para la intensidad de la irradiación del sol durante un tiempo determinado en un día, se utiliza una entrada sinusoidal para la irradiación del sol.

- Se ignora el efecto de la radiación entre los muros interiores del edificio; como las diferencias de temperatura entre pares de paredes deben ser pequeñas, los efectos de la radiación interior se consideran mínimos.

Para una habitación individual, el modelo térmico que resulta de las hipótesis planteadas se presenta como la Fig. 4. Además se detalla la vista de la habitación número 1, junto a sus cuatro paredes circundantes. La temperatura de la habitación 1 se llama T_1 mientras que la temperatura de las habitaciones adyacentes 2 y 3 son llamados T_2 y T_3 , respectivamente. La capacidad térmica o masa térmica del ambiente i es denotado por C_{ri} que es igual a la masa del aire en la habitación i , m_i veces el calor específico del aire, c_p , es decir,

$$C_{ri} = m_i c_{pa}$$

donde la masa de aire en cada habitación se obtiene de la siguiente ecuación:

$$m_i = \rho_a V_i$$

donde ρ_a es la densidad del aire a temperatura ambiente y V_i es el volumen del cuarto i .

Como se muestra en la Fig. 4, la capacidad térmica de cada habitación se inserta en la representación del circuito térmico del edificio como un condensador, C_{ri} se coloca entre el nodo que representa la temperatura de la habitación y el suelo.

Se observa que la temperatura asignada a cada nodo en el circuito térmico es análoga al voltaje del nodo correspondiente en el circuito eléctrico. Por lo tanto, colocando el condensador en la ubicación mencionada, el efecto de aumento de la energía interna del aire de la habitación se refleja en la temperatura de la habitación representado por $\Delta T = (\Delta Q / mc_p)$, que es análogo al aumento de la tensión del nodo correspondiente en el circuito eléctrico dado por $\Delta V = \Delta q / C$, donde ΔV , Δq y C son el aumento de la tensión del nodo, el aumento de la carga eléctrica en placas del condensador y la capacidad del condensador, respectivamente.

Además de las habitaciones, las paredes también son elementos principales, que afectan el comportamiento térmico de un edificio. En el modelo de edificio de 3 cuartos, hay 10 paredes que se identifican por w_1, w_2, \dots, w_{10} . El área y la temperatura de la pared i se llama A_i y T_{wi} , respectivamente. La temperatura de la pared se asigna a su línea central, separando la pared en dos partes. La capacidad térmica de una pared que se denota por C_{wi} puede definirse como:

$$C_{wi} = m_{wi} c_{pw}$$

donde la masa de la pared i , puede obtenerse a partir de la siguiente ecuación:

$$m_{wi} = \rho_w V_{wi}$$

donde ρ_w es la densidad de las paredes y V_{wi} es el volumen de la pared i la cual es el área de la pared tantas veces como su espesor.

Ahora se tiene un nodo para el aire dentro de la habitación y cuatro nodos para las paredes circundantes. Estos nodos deben

estar vinculados entre sí mediante las resistencias térmicas que fueron definidas en el apartado anterior. Teniendo las paredes separadas en dos lados, se puede definir la resistencia térmica por conducción para ambos lados de la pared. Por lo tanto la resistencia térmica para la conducción para cada lado de la pared se puede definir como:

$$R_{cond, half} = \frac{R_w}{2}$$

donde R_w es la resistencia térmica total de la pared, que puede expresarse como:

$$R_w = \frac{L}{kA}$$

donde L es el espesor de la pared, k es la conductividad térmica del material de la pared y A es el área de la pared.

Se puede definir la resistencia térmica para la transferencia de calor por convección en ambos lados de las paredes mediante el uso de las ecuaciones presentadas en la Sección , donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección que depende del *tipo de fluido*, *propiedades del flujo* y las *propiedades de temperatura* y tendrá diferentes valores para los dos lados de las paredes en función de los factores mencionados anteriormente para cada lado. Para simplificar, sólo se tomará en cuenta dos coeficientes diferentes de transferencia de calor por convección, uno para el interior y otro para los lados exteriores de las paredes periféricas.

Las paredes internas tienen el mismo coeficiente de transferencia de calor por convección en sus dos lados. Se denota el coeficiente de transferencia de calor por convección interna, como el coeficiente de transferencia de calor por convección h_i y el coeficiente externo, como h_o . Por consiguiente, la resistencia térmica de convección en los lados internos y externos de las paredes periféricas denotados por R_i y R_o , respectivamente, se puede definir como sigue:

$$R_i = \frac{1}{h_i A}$$

$$R_o = \frac{1}{h_o A}$$

Ahora podemos determinar la ecuación que expresa la evolución de la temperatura en las paredes y habitaciones del edificio, con las resistencias y condensadores definidos anteriormente. Mediante la realización de análisis de nodos se obtiene la siguiente ecuación para la temperatura de la pared w_1 de la Fig. 4:

$$\frac{T_\infty - T_{w_1}}{(R_o + \frac{R_w}{2})_1} + \frac{T_1 - T_{w_1}}{(R_i + \frac{R_w}{2})_1} + \alpha A_1 q_{rad_1} = C_{w_1} \frac{d(T_{w_1})}{dt}$$

donde los subíndices de los paréntesis se refieren al número de la pared. El primer término de la ecuación anterior representa el calor que se transfiere fuera de la pared. El segundo término representa la transferencia de calor desde el aire en la habitación número 1 hacia la pared. El término αq_{rad_1} representa la porción del calor de radiación del sol, que es absorbida por la pared, donde α es el coeficiente de absorción de la pared y q_{rad} es el calor total de radiación que alcanza la pared. Se observa que el resto del calor de radiación que no es absorbida por la pared, se refleja. T_∞ se refiere a la temperatura exterior. Una ecuación similar se puede escribir para la pared 2:

$$\frac{T_{\infty} - T_{w_2}}{(R_o + \frac{R_w}{2})_2} + \frac{T_1 - T_{w_2}}{(R_i + \frac{R_w}{2})_2} + \alpha A_2 q_{rad_2} = C_{w_2} \frac{d(T_{w_2})}{dt}$$

Es posible escribir esta ecuación para todas las paredes del edificio. Así que tenemos 10 ecuaciones que rigen la evolución de la temperatura en las paredes. Con el mismo análisis de nodos para cada habitación en el edificio, se obtienen las siguientes ecuaciones:

Para la habitación 1:

$$\frac{T_{w_1} - T_1}{(R_i + \frac{R_w}{2})_1} + \frac{T_{w_2} - T_1}{(R_i + \frac{R_w}{2})_2} + \frac{T_{w_8} - T_1}{(R_i + \frac{R_w}{2})_8} + \frac{T_{w_{10}} - T_1}{(R_i + \frac{R_w}{2})_{10}} + m_1 c_{pa} (T_0 - T_1) + q_{int_1} = C_{r1} \frac{d(T_1)}{dt}$$

donde m_1 es el flujo de masa de aire a través de los ductos en la habitación número 1, c_p es el calor específico del aire, T_0 es la temperatura del aire frío o aire caliente que entra en las habitaciones a través de los conductos y q_{int} es el calor generado dentro de las habitaciones (por dispositivos eléctricos como computadoras, personas, iluminación, etc).

III. MODELO DINÁMICO DE UN SISTEMA HVAC

A. Modelado del sistema

Se plantea obtener la función de transferencia para las diferentes señales de entrada y de salida en base a ecuaciones aproximadas.

Se trata de una instalación de cuarto limpio sin ventanas y con paredes construidas por paneles de tres capas. La primera y tercer capa es de lámina de acero, la capa intermedia es el aislamiento de poliuretano como se muestra en la Fig. 5 y la Fig. 6. Como una aproximación, se supone que la temperatura es constante dentro de cada capa, así como también que el techo y el suelo son completamente aislados, lo que significa que no hay intercambio de calor a través de ellos.

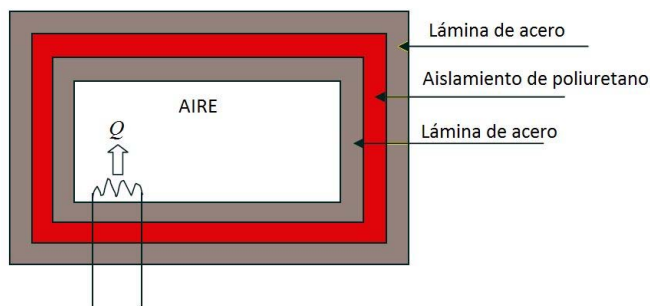


Figura 5. Vista superior del cuarto.

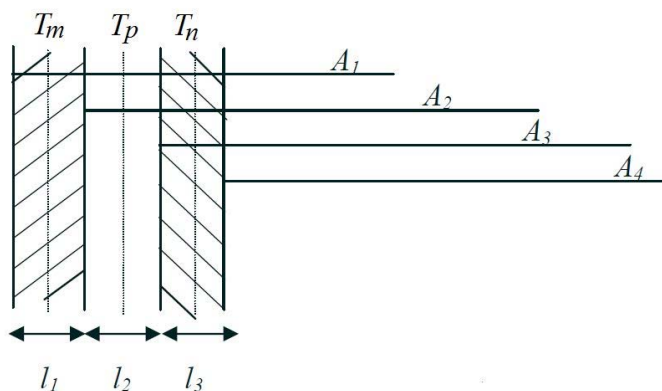


Figura 6. Capas de la pared tipo panel.

En las siguientes ecuaciones los índices, a , $m(n)$, p indican aire, acero y poliuretano, respectivamente. La letra minúscula t se utiliza para la temperatura en grados Celsius y la mayúscula T se utiliza para la temperatura absoluta y transformada de Laplace de la misma. Después de la descripción de los parámetros anteriormente listados se escribe la ecuación de balance de energía para cada parte del edificio. A partir de la temperatura del aire interior [15]:

$$\rho_a c_{pa} V_r \frac{dT_r}{d\tau} = Q - V_r \cdot \rho_a \cdot c_{pa} (T_r - T_i) - \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{l_i}{2\lambda_c}} A_1 (T_r - T_c) \quad (6)$$

donde: $V_R = \frac{n_v V_r}{3600}$ y los parámetros se indican en las Tablas I y II.

Las siguientes ecuaciones corresponden a las 3 diferentes capas de la pared (m , p , n) [15]:

$$\rho_m c_m V_m \frac{dT_m}{d\tau} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{l_i}{2\lambda_m}} A_1 (T_r - T_m) \quad (7)$$

$$-\frac{2\lambda_m \lambda_p}{l_1 \lambda_p + l_2 \lambda_m} (T_m - T_p) A_2$$

$$\rho_p c_p V_p \frac{dT_p}{d\tau} = \frac{2\lambda_m \lambda_p}{l_1 \lambda_p + l_2 \lambda_m} (T_m - T_p) A_2 \quad (8)$$

$$-\frac{2\lambda_n \lambda_p}{l_3 \lambda_p + l_2 \lambda_n} (T_p - T_n) A_3$$

$$\rho_n c_n V_n \frac{dT_n}{d\tau} = \frac{2\lambda_n \lambda_p}{l_3 \lambda_p + l_2 \lambda_n} (T_p - T_n) A_3 \quad (9)$$

$$-\frac{1}{\frac{1}{\alpha_o} + \frac{l_3}{2\lambda_n}} A_4 (T_n - T_o)$$

Para simplificar las expresiones podemos definir los siguientes términos:

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{l_i}{2\lambda_m}}$$

$$k_2 = \frac{2\lambda_m \lambda_p}{l_1 \lambda_p + l_2 \lambda_m}$$

$$k_3 = \frac{2\lambda_n \lambda_p}{l_3 \lambda_p + l_2 \lambda_n}$$

$$k_4 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_o} + \frac{l_3}{2\lambda_n}}$$

Para la interpretación de las ecuaciones se hace uso de las variables enlistadas en la Tabla I.

TABLA I. NOMENCLATURA Y PARÁMETROS.

Parámetros	Definición
A	Área de la pared (m^2)
T	Temperatura de la pared (K)
T_r	Temperatura aire interior (K)
T_o	Temperatura aire exterior (K)
T_i	Temperatura de aire de inyección (K)
ρ	Densidad (kg/m^3)
c	Capacidad específica del aire (J/kgK)
V_r	Volumen del cuarto (m^3)
Q	Fuentes de calor internas (W)
n_v	Número de cambios por hora (h^{-1})
λ	Conductividad térmica (W/(mK))
α_i	Coefficiente de transferencia de calor interna (W/(m^2K))
α_o	Coefficiente de transferencia de calor externa (W/(m^2K))

Escribiendo las ecuaciones (6), (7), (8) y (9) en forma de espacio de estados, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_r \\ \dot{T}_m \\ \dot{T}_p \\ \dot{T}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_r \\ T_m \\ T_p \\ T_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{42} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ T_o \\ T_i \end{bmatrix}$$

$$T_r = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} T_r \\ T_m \\ T_p \\ T_n \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{-\rho_a c_{pa} V_R - k_1 A_1}{\rho_a c_{pa} V_r} & a_{34} &= \frac{k_3 A_3}{\rho_p c_p V_p} \\ a_{12} &= \frac{k_1 A_1}{\rho_a c_{pa} V_r} & a_{43} &= \frac{k_3 A_3}{\rho_n c_n V_n} \\ a_{21} &= \frac{k_1 A_1}{\rho_n c_n V_m} & a_{44} &= \frac{-k_3 A_3 - k_4 A_4}{\rho_n c_n V_n} \\ a_{22} &= \frac{-k_1 A_1 - k_2 A_2}{\rho_n c_n V_m} & b_{11} &= \frac{k_1 A_1}{\rho_a c_{pa} V_r} \\ a_{23} &= \frac{k_2 A_2}{\rho_n c_n V_m} & b_{13} &= \frac{V_R}{V_r} \\ a_{32} &= \frac{k_2 A_2}{\rho_p c_p V_p} & b_{42} &= \frac{k_4 A_4}{\rho_n c_n V_n} \\ a_{33} &= \frac{-k_2 A_2 - k_3 A_3}{\rho_p c_p V_p} \end{aligned}$$

Es posible calcular los valores numéricos de las matrices haciendo uso de las constantes para los diferentes materiales y elementos considerados en la Tabla II.

TABLA II. VALORES Y CONSTANTES.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
n_v	38 h^{-1}	c_n, c_m	447 J/(kgK)
V_r	226 m^3	ρ_n, ρ_m	7870 kg/m^3
l_1	13 m	λ_n, λ_m	80.2 W/(mK)
l_2	6.83 m	c_p	1800 J/(kgK)
l_3	2.7 m	ρ_p	50 kg/m^3
A_1	107 m^2	λ_p	0.024 W/(mK)
A_2	107 m^2	V_m	0.1071 m^3
A_3	108 m^2	V_p	20.9141 m^3
A_4	108 m^2	V_n	0.1071 m^3
c_{pa}	1000 J/(kgK)	k_l	7.9996 W/K

ρ_a	1.2 kg/m^3	k_2	0.6667 W/K
α_i	8 W/(m^2K)	k_3	0.6667 W/K
α_o	20 W/(m^2K)	k_4	7.9984 W/K

Sustituyendo valores se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_r \\ \dot{T}_m \\ \dot{T}_p \\ \dot{T}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0133 & 0.0030 & 0 & 0 \\ 0.0023 & -0.0026 & 0.0002 & 0 \\ 0 & 0.000037 & -0.000076 & 0.000038 \\ 0 & 0 & 0.00018 & -0.0026 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_r \\ T_m \\ T_p \\ T_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0032 & 0 & 0.0103 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0023 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ T_o \\ T_i \end{bmatrix}$$

$$T_r = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} T_r \\ T_m \\ T_p \\ T_n \end{bmatrix}$$

IV. EJEMPLOS

El cuarto limpio tiene instalados diferentes equipos para la fabricación de materias primas, para este caso solo se considerará le emisión de calor generada por la iluminación a base de lámparas fluorescentes.

Para $Q=850$ W, $T_i=0$ °C, $T_o=0$ °C la salida alcanza hasta un valor de $T_r=0.27$ °C.

Para una temperatura exterior $T_o=20$ °C con estas mismas condiciones de carga, $Q=850$ W y $T_i=0$ °C, se obtiene la gráfica de la Fig. 7.

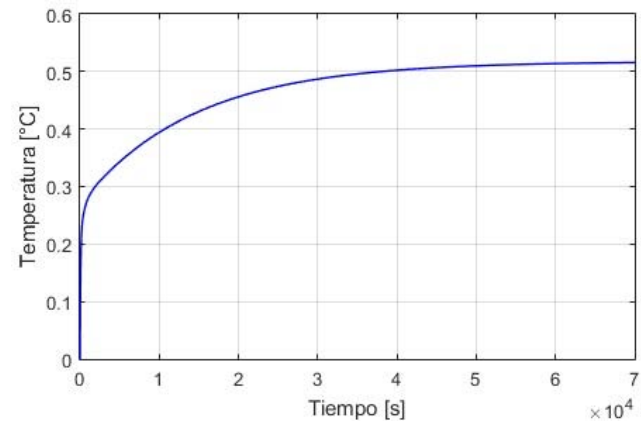


Figura 7. Respuesta del sistema para $T_o=20$ °C, $Q=850$ W y $T_i=0$ °C.

Se observa que el valor máximo alcanzado es de 0.51 °C, donde la primera parte de la curva corresponde a la respuesta por las cargas térmicas internas que se incrementa de manera más rápida hasta los 0.27 °C y posteriormente la curva corresponde a la temperatura exterior y el tiempo que le toma a la energía transferirse a través del panel de polietileno.

Considerando que la temperatura de inyección es de $T_i=0$ °C se observa también que el sistema se mantiene cercano a este valor.

Es posible modificar los parámetros en los cálculos como el espesor de la capa de polietileno de 7.5 a 15 cm, observando que la temperatura se estabiliza en un valor menor de 0.4 °C y en un tiempo hasta de 42 horas, como se muestra en la Fig. 8.

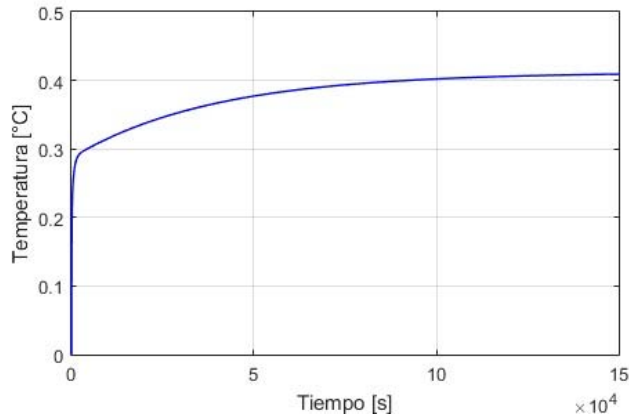


Figura 8. Respuesta del sistema para $T_0=20$ °C, $Q=850$ W y $T_i=0$ °C y espesor de la capa de polietileno de 15 cm.

Para observar el efecto en la respuesta a un cambio en la temperatura de inyección se asigna un valor de $T_i=21$ °C con $T_0=0$ °C, reflejando un valor de salida de 21 °C que se alcanza a los 43 minutos como se muestra en la Fig. 9.

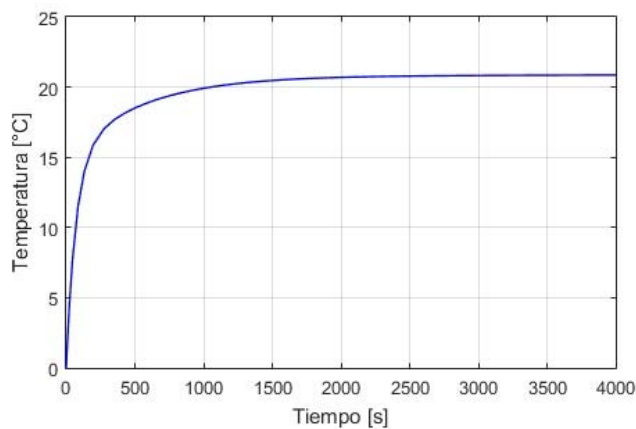


Figura 9. Respuesta del sistema para $T_0=0$ °C, $Q=850$ W y $T_i=21$ °C.

De las simulaciones anteriores se observa que la entrada que más influye en la respuesta del sistema es la temperatura de descarga de la unidad manejadora de aire.

A. Validación del modelo

Para realizar la validación del modelo se seleccionó la unidad manejadora No. 3 del área de Biológicos del complejo farmacéutico Silanes Toluca 2000 (ver Fig. 10), en el Estado de México, la cual suministra aire a los cuartos del área de purificación y formulación manteniendo condiciones de temperatura, humedad y velocidad constante del aire de inyección. La Fig. 11 presenta una imagen de los paneles que conforman la instalación. Se hace uso de los valores obtenidos del SCADA (Sistema de Monitoreo y Adquisición de Datos).



Figura 10. Unidad manejadora de aire No. 3.



Figura 11. Paneles de la instalación.

Para tal efecto se realiza la manipulación en modo manual de la válvula de control de enfriamiento para provocar que la temperatura de inyección disminuya de 23 a 17 °C durante una prueba de más de una hora con la finalidad de monitorear los valores de temperatura del cuarto de Purificación y las áreas adyacentes.

En el modelo obtenido se lleva el sistema a las condiciones iniciales de $T_0=23$ °C para que a partir de los 3000 segundos se provoque el cambio en la descarga a $T_0=17$ °C, con lo que se obtiene una curva como la que se observa en la Fig. 12.

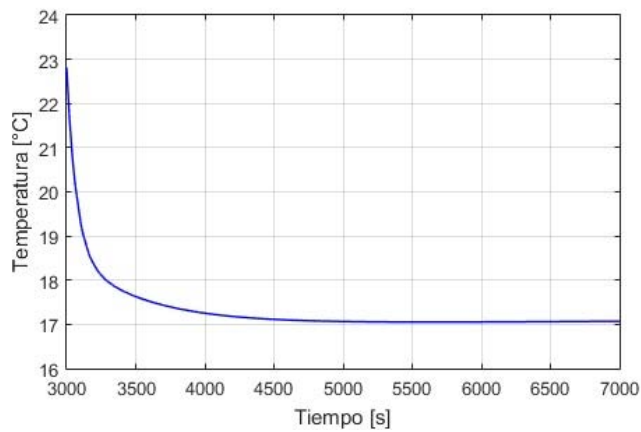


Figura 12. Simulación del modelo para la temperatura de cuarto T_r con un descenso en la temperatura de descarga T_i de 0°C .

Con ayuda del software de adquisición de datos se hace la recopilación de temperaturas de las áreas que comparten el sistema, temperatura de inyección y temperatura de aire exterior con muestras cada minuto.

Para la temperatura exterior se considera también el efecto de las temperaturas de los cuartos adyacentes monitoreados en proporción a la superficie de contacto que tienen con respecto al área modelada, considerando también que las superficies que pertenecen a cuartos que reciben servicio de otros equipos de aire acondicionado se encuentran a temperatura controlada de 21°C .

Al comparar la señal de salida para la temperatura del cuarto T_r obtenida de la simulación y de la medición en campo se obtiene el comportamiento que se muestra en la Fig. 13.

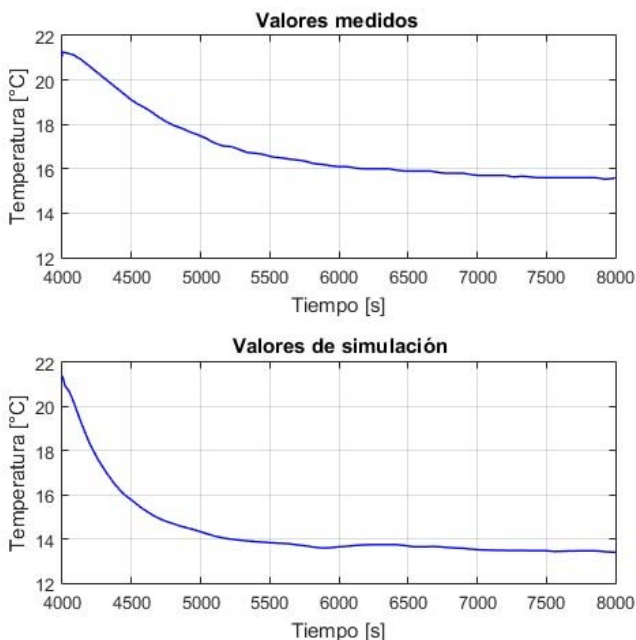


Figura 13. Gráfica de T_r para valores medidos y valores obtenidos de la simulación.

De la gráfica se observa un comportamiento similar en cuanto al tiempo en la respuesta, el cual está determinado en mayor proporción por la capacidad de enfriamiento de la unidad

manejadora alcanzando su valor mínimo después de transcurrido 33 minutos.

Existe una diferencia de 2.3°C en los valores finales de las gráficas determinado por los efectos térmicos de otros equipos y dispositivos en el interior, como el efecto de los 5 tanques de purificación que almacenan energía en función a la cantidad de sustancia que contienen en reposo, así como los diferentes equipos electrónicos dentro del cuarto.

De igual manera al tratarse de un sistema que tiene accesos a diferentes cuartos adyacentes, el personal y operadores en el área se encuentran constantemente ingresando al cuarto provocando que el aire se transfiera entre áreas. Se considera también que las lecturas están limitadas a la medición promedio que hacen los sensores instalados en los ductos de retorno de cada cuarto por lo que no es posible conocer el comportamiento puntual dentro del área.

V. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en la validación muestran que el modelo probado resulta adecuado para conocer el comportamiento de una instalación de este tipo, la cual al tener control de la velocidad del aire constante, permitió descartar cualquier efecto provocado por las variaciones en el flujo. Se observan las ventajas del uso de expresiones en forma de espacio de estados ya que es posible conocer el comportamiento de manera más intuitiva de todos los parámetros, así como la interacción entre todas las entradas y el efecto que producen en la salida, todo esto aunado a las ventajas que nos ofrecen las herramientas computacionales para el modelado de sistemas. Los conceptos de la teoría de control moderna, como observabilidad y controlabilidad permiten conocer las características del sistema para proponer posteriormente las estrategias de control. Al tratarse de un modelo obtenido a partir de conceptos térmicos se deduce que este tipo de modelo puede ser usado en distintas aplicaciones relacionadas con transferencia de energía. Para trabajos futuros se propone el análisis con modelos más completos que tomen en cuenta los efectos térmicos de los objetos en el interior para tener una mayor aproximación a los resultados considerando el almacenamiento de energía. Otras variables que también pueden ser analizadas en un equipo de estas características son la humedad relativa y el flujo de aire debido a los requerimientos en esta área de la manufactura que no son tan requeridos en aplicaciones relacionadas al modelado de edificios.

AGRADECIMIENTOS

Los autores están agradecidos con el editor y con los revisores por sus valiosos comentarios y sus sugerencias que permiten mejorar esta investigación significativamente. Los autores agradecen al Instituto Politécnico Nacional, a la Secretaria de Investigación y Posgrado, a la Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas, y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su ayuda en esta investigación.

REFERENCIAS

- [1] S. D. Swenson, HVAC: heating, ventilating, and air conditioning. Homewood, Illinois: American Technical Publishers. ISBN 978-0-8269-0675-5, 1995.
- [2] Y. H. Cho, M. Liu, Minimum airflow reset of single duct VAV terminal boxes, Building and Environment, vol. 44, pp. 1876-1885, 2009.

- [3] K. Marik, J. Rojicek, Advanced HVAC Control, 18th IFAC World Congress Milano, Italia, 2011.
- [4] P. Riederer, Matlab/Simulink for building and HVAC simulation - State of the art, Ninth International IBPSA Conference, Montréal, Canada, 2005.
- [5] O. Holub, K. Macek, HVAC Simulation Model for Advanced Diagnostics, Honeywell Prague Laboratory, IEEE, 2013.
- [6] M. Basarkar, Mapping HVAC systems for simulation in energy plus, University of California, 2013.
- [7] A. Majeed, T. Javed, I. Mustafa, A. Ghaffari, Heat transfer over a stretching cylinder due to variable prandtl number influenced by internal heat generation/absorption: a numerical study, Revista Mexicana de Fisica, vol. 62, pp. 317-324, 2016.
- [8] M. Guevara-Bertsch, L. Salfenmoser, A. Chavaria-Sibaja, E. Avendaño, O. A. Herrera-Sancho, Diseño y caracterización de un enfriador de átomos de tipo desacelerador Zeeman, Revista Mexicana de Fisica, vol. 62, pp. 175-182, 2016.
- [9] M. Romero-Bastida, F. Tejeda-Mendez, Characterization of thermal rectification in asymmetrical-structured materials with inhomogeneous mass distribution, Revista Mexicana de Fisica, vol. 62, pp. 168-174, 2016.
- [10] S. A. Castro-Hermosa, J. E. Alfonso, J. J. Olaya, Electro chemical characterization of V X Nb Y CZ/Bi X Ti Y O Z coatings produced through thermo-reactive diffusion and the sputtering technique, Revista Mexicana de Fisica, vol. 62, pp. 138-143, 2016.
- [11] J. I. Da Silva Filho, C. M. Cruz, A method with paraconsistent partial differential equation used in explicit solution of onedimensional heat conduction, IEEE Latin America Transactions, vol. 14, no. 4, pp. 1842-1848, 2016.
- [12] J. Solano, L. Olivieri, E. Caamaño, HVAC systems using PV technology: Economic feasibility analysis in commercial buildings of Ecuador, IEEE Latin America Transactions, vol. 14, no. 2, pp. 767-772, 2016.
- [13] M. Al-Homoud, The effectiveness of thermal insulation in different types of buildings in hot climates, Journal of Thermal Envelope and Building Science, vol. 27, no. 3, pp. 235-247, 2004.
- [14] M. Maasoumy, Modeling and Optimal Control Algorithm Design for HVAC Systems in Energy Efficient Buildings, University of California at Berkeley, 2011.
- [15] M. Soleimani-Mohseni, Modelling and intelligent climate control of buildings. Chalmers University of Technology, Sweden, 2005.



Jaime Pacheco is a full time professor of the Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. He has published 25 papers in international journals. He is member of the National Systems of Researchers with level II. He has been the tutor of 15 M.S. students.



José de Jesús Rubio (M'08) is a full time professor of the Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. He has published 114 papers in International Journals, 1 International Book, 8 chapters in International Books, and 31 papers in International Conferences with 1200 citations. He is part of the editorial board of Neural Computing and Applications, IEEE Latin America Transactions, Frontiers in Neurobotics, Evolving Systems, International Journal of Business Intelligence and Data Mining. He is member of the National Systems of Researchers with level II. He has been the tutor of 4 P.Ph.D. students, 11 Ph.D. students, 36 M.S. students, 4 S. students, and 17 B.S. students.



Jorge Armando Hernandez is a M.S. student of the Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. He has published 1 paper in an International Journal.



Abraham Medina is a full time professor of the Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. He has published 50 papers in International Journals. He is a member of the National Systems of Researchers with level II. He has been the tutor of 5 Ph.D. students, and 15 M.S. students.



Abel Lopez is a full time professor of the Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. He has published 8 papers in International Journals. He is a member of the National Systems of Researchers with level I. He has been the tutor of 5 M.S. students.



Alejandro Zacarias is a full time professor of the Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. He has published 8 papers in International Journals. He is a member of the National Systems of Researchers with level I. He has been the tutor of 5 M.S. students.