



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

**Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica
Unidad Azcapotzalco**

Sección de Estudios de Posgrado e Investigación

PREDICCIONES NUMÉRICAS DE CONVECCIÓN MIXTA LAMINAR Y TRANSITORIA EN UN CANAL DE PLACAS PLANAS PARALELAS SUJETO A FUENTES DE CALOR ISOTÉRMICAS, SIMÉTRICAS Y DISCRETAS: EFECTO DEL ÁNGULO DE INCLINACIÓN

**T E S I S PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS EN TERMOFLUIDOS PRESENTA:
ING. JORGE ALBERTO MARROQUÍN DESENTIS**

**DIRECTOR: DR. LORENZO ALBERTO MARTÍNEZ SUÁSTEGUI
MÉXICO D. F. 10 DE JUNIO DEL 2014**



AGRADECIMIENTOS

A mi madre María Teresa Desentis Montalbán y sus hermanos Eugenio, Eduardo y Héctor por su apoyo y compañía a través de los años y ser fuente de inspiración para cada logro alcanzado.

A mi tío Miguel Ángel Marroquín Rodríguez por su amor hacia mi familia, sus palabras y cada momento compartido.

A mi tío Joel Marroquín Rodríguez por haberme apoyado de manera cuando más se necesitaba y su amplio consejo.

A mi Abuela Natalia Rodríguez Ponce, sus hijos José Luis, Sonia y Víctor Marroquín Rodríguez y a mi tía Maribel Ballesteros de Marroquín por su calidez ofrecida incondicionalmente.

A Karen Mayte Díaz Martínez por su tiempo, su compañía y su interés a esta y demás facetas de mi vida.

A Fernando Santiago, Alfredo Hernández, Luis Martínez, Alejandro Carrillo y el resto de mis compañeros y amigos en la SEPI ESIME UA por todas las vivencias compartidas dentro y fuera del campo académico.

Al Dr. Lorenzo Alberto Martínez Suástegui por su apoyo, guía y consejo durante estos últimos 2 años.

Al cuerpo académico de la SEPI ESIME UA: Dr. Oscar Bautista, Dr. Erick Bautista, Dr. Juan Carlos Arcos, Dr. René Vargas y Dr. Juan Pablo Escandón por su gran disposición a la superación personal de cada alumno y las ideas compartidas conmigo.

Al consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por otorgarme la beca con número de registro 489179 para la realización de mis estudios de Maestría.

Al proyecto de investigación financiado por el CONACyT, No. de proyecto 167474, Convocatoria de Investigación Científica Básica 2011.

A la memoria de

Miguel Ángel Marroquín Rodríguez

Índice general

Nomenclatura	VIII
Abstract	X
Resumen	XI
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Motivación	9
1.3. Objetivos	10
2. Formulación matemática	11
2.1. Solución numérica	16
2.1.1. Método numérico	17
2.1.2. Validación del código	26
3. Resultados	29
3.1. Efectos de los números de Reynolds y de Prandtl	54
3.2. Pérdidas de calor a través de las paredes	58
4. Conclusiones	63
A. Adimensionalización de ecuaciones	69
B. Formulación $\Omega - \psi$	73

Índice de figuras

2.1. Diagrama esquemático del problema.	12
3.1. Evolución en el tiempo para la posición superior de los vórtices para $Re = 500$, $\gamma = 0^\circ$ y varios valores del número de Richardson. Las líneas discontinuas y continuas corresponden a las celdas de recirculación a la izquierda y derecha del canal, respectivamente.	30
3.2. Centroide del flujo másico en diferentes posiciones transversales del canal para $Re = 500$, $\gamma = 0^\circ$ y múltiples valores del número de Richardson.	31
3.3. Evolución en el tiempo de los números de Nusselt promedio para $Re = 500$ y $\gamma = 0^\circ$ en las placa izquierda (línea discontinua) y derecha (línea continua), respectivamente.	32
3.4. Imágenes superiores: Espectro de potencia normalizado de los números de Nusselt promedio para $Re = 500$, $\gamma = 0^\circ$ y $Ri = 20$ y 35 , respectivamente. Imágenes inferiores: Diagramas de fase de los centroides del flujo másico $X_p(Y_0 = 2.75)$ y $X_p(Y_0 = 5.5)$ como funciones del centroide del flujo másico $Y_0 = 6$, para $Re = 500$, $\gamma = 0^\circ$ y $Ri = 20$ y 35 , respectivamente.	33
3.5. Evolución en el tiempo para la posición superior de los vórtices para $Re = 500$, $\gamma = 30^\circ$ y múltiples valores del número de Richardson. Las líneas discontinuas y continuas corresponden a las celdas de recirculación ubicadas a la izquierda y derecha del canal, respectivamente.	34
3.6. Centroide del flujo másico en diferentes posiciones transversales del canal para $Re = 500$, $\gamma = 30^\circ$ y seis diferentes valores del número de Richardson.	36

3.7. Evolución en el tiempo de los números de Nusselt promedio para $Re = 500$ y $\gamma = 30^\circ$ a la izquierda (línea discontinua) y a la derecha (línea continua) del canal, respectivamente.	37
3.8. Imágenes superiores: Espectro de potencia normalizado para los números de Nusselt promedio para $Re = 500$, $\gamma = 30^\circ$ y $Ri = 10$ y 15 , respectivamente. Imágenes inferiores: Diagramas de fase de los centroides del flujo másico $X_p(Y_0 = 5.5)$ y $X_p(Y_0 = 6.0)$ como funciones del centroide de flujo másico $Y_0 = 9.25$, para $Re = 500$, $\gamma = 30^\circ$ y $Ri = 10$ y 15 , respectivamente.	38
3.9. Evolución en el tiempo para la posición superior de ambos vórtices para $Re = 500$, $\gamma = 45^\circ$ y varios valores del número de Richardson. Las líneas discontinuas y continuas corresponden a las celdas de recirculación a la izquierda y derecha del canal, respectivamente.	39
3.10. Centroide del flujo másico a diferentes posiciones transversales del canal para $Re = 500$, $\gamma = 45^\circ$ y valores selectos del número de Richardson.	40
3.11. Evolución en el tiempo de los números de Nusselt promedio para $Re = 500$ y $\gamma = 45^\circ$ a la izquierda (línea discontinua) y a la derecha (línea continua) del canal, respectivamente.	41
3.12. Imágenes superiores: Espectro de potencia normalizado para los números de Nusselt promedio para $Re = 500$, $\gamma = 45^\circ$ y $Ri = 10$ y 15 , respectivamente. Imágenes inferiores: Diagramas de fase de los centroides del flujo másico $X_p(Y_0 = 5.5)$ y $X_p(Y_0 = 2.75)$ como funciones del centroide de flujo másico $Y_0 = 9.25$, para $Re = 500$, $\gamma = 45^\circ$ y $Ri = 10$ y 15 , respectivamente.	42
3.13. Evolución en el tiempo para la posición superior de los vórtices para $Re = 500$, $\gamma = 60^\circ$ y múltiples valores del número de Richardson. Las líneas discontinuas y continuas corresponden a las celdas de recirculación a la izquierda y derecha del canal, respectivamente.	43
3.14. Centroide del flujo másico a diferentes posiciones transversales del canal para $Re = 500$, $\gamma = 60^\circ$ y valores selectos del número de Richardson.	44
3.15. Evolución en el tiempo de los números de Nusselt promedio para $Re = 500$ y $\gamma = 60^\circ$ a la izquierda (línea discontinua) y a la derecha (línea continua) del canal, respectivamente.	45

3.16. Imágenes superiores: Espectro de potencia normalizado para los números de Nusselt promedio para $Re = 500$, $\gamma = 60^\circ$ y $Ri = 8$ y 9 , respectivamente. Imágenes inferiores: Diagramas de fase de los centroides del flujo másico $X_p(Y_0 = 5.5)$ y $X_p(Y_0 = 2.75)$ como funciones del centroide del flujo másico $Y_0 = 9.25$, para $Re = 500$, $\gamma = 60^\circ$ y $Ri = 8$ y 9 , respectivamente. 46

3.17. Evolución temporal de los puntos de estancamiento de cada vórtice para $Re = 500$, $\gamma = 90^\circ$ y valores selectos del número de Richardson. Las líneas discontinuas y continuas corresponden al vórtice izquierdo y derecho, respectivamente. 47

3.18. Centroide del flujo másico en diferentes posiciones transversales del canal para $Re = 500$, $\gamma = 90^\circ$ y varios valores del número de Richardson. 48

3.19. Evolución temporal de los números de Nusselt promedio para $Re = 500$ y $\gamma = 90^\circ$ en la placa izquierda (líneas discontinuas) y derecha (líneas continuas), respectivamente. 49

3.20. Imágenes superiores: Espectro de potencia normalizado para los números de Nusselt promedio para $Re = 500$, $\gamma = 90^\circ$ y $Ri = 8$ y 9 , respectivamente. Imágenes inferiores: Diagramas de fase de los centroides del flujo másico $X_p(Y_0 = 5.5)$, $X_p(Y_0 = 6)$ y $X_p(Y_0 = 6.5)$ en función del centroide del flujo másico en $Y_0 = 9.25$, para $Re = 500$, $\gamma = 90^\circ$ y $Ri = 6$ y 7 , respectivamente. 50

3.21. Efecto de la orientación del canal en la respuesta del flujo para $Re = 500$, $Pr = 7$ y $Ri = 6$ para múltiples valores de γ . Para cada valor del ángulo de inclinación, la imagen superior muestra los contornos de temperatura con líneas de corriente superpuestas y la imagen inferior muestra el contorno de vorticidad con vectores de velocidad superpuestos para el mismo instante. Las escalas a color ubicadas en la parte superior de cada par de imágenes muestran la distribución de temperatura y vorticidad. 53

3.22. Efecto del número de Reynolds en la estructura global del flujo para $Pr = 7$, $Ri = 4$, $\gamma = 90^\circ$ y diferentes valores del número de Reynolds. Las líneas discontinuas y continuas corresponden a las burbuja de recirculación izquierda y derecha, respectivamente. 55

3.23. Efecto del número de Reynolds en el valor promedio del número de Nusselt para $Pr = 7$, $Ri = 4$, $\gamma = 90^\circ$ y múltiples valores del número de Reynolds. Las líneas discontinuas y continuas corresponden a la placa izquierda y derecha, respectivamente.	56
3.24. Efecto del número de Prandtl en la evolución temporal de los puntos de estancamiento para $Re = 500$, $Ri = 6$ y $\gamma = 90^\circ$. Las líneas discontinuas y continuas corresponden a las burbujas de recirculación izquierda y derecha, respectivamente.	57
3.25. Efecto del número de Prandtl en la evolución temporal de los números de Nusselt promedio para $Re = 500$, $Ri = 6$, y $\gamma = 90^\circ$	58
3.26. Líneas de corriente (izquierda) distribución de temperatura adimensional en tonos de gris (derecha) para $Re = 500$, $Ri = 6$ y diferentes valores del parámetro de pérdidas ε	59
3.27. Números de Nusselt promedio para $Re = 500$, $\gamma = 90^\circ$, $Ri = 6$ y diferentes valores del parámetro de pérdidas ε	60

Índice de cuadros

2.1. Comparación de valores obtenidos para el número de Nusselt promedio.	27
2.2. Comparación del valor obtenido para el número de Nusselt promedio en la superficie caliente y con ángulo de inclinación .	27
3.1. Valores críticos del número de Richardson para el cual ocurren las diferentes bifurcaciones del flujo.	54

Nomenclatura

f	frecuencia (Hertz)
g	aceleración de la gravedad
Gr	número de Grashof basado en el ancho del canal, $Gr = g\beta(T_w - T_0)h^3/\nu^2$
h	ancho del canal (longitud característica)
k	conductividad térmica
J	coeficiente de transferencia de calor
L	longitud adimensional del canal, $L = L_1 + L_2 + L_3$
l_1	longitud desde la entrada del canal a las placas calientes (Fig. 2.1)
L_1	$L_1 = l_1/h$
l_2	longitud de las placas calientes (ver Fig. 2.1)
L_2	$L_2 = l_2/h$
l_3	longitud desde la placa caliente a la salida del canal (Fig. 2.1)
L_3	$L_3 = l_3/h$
Nu	número de Nusselt (ver Ec. (??))
\overline{Nu}	número de Nusselt promedio (ver Ec. (2.10))
P	presión adimensional, $(p - p_0 - \rho_0 g y)/\rho_0 v_0^2$
Pe	número de Peclet, $Pe = v_0 h/\alpha$
Pr	número de Prandtl, $Pr = \nu/\alpha$
q	flujo de calor por unidad de área en las placas calientes
Re	número de Reynolds basado en el ancho del canal, $Re = v_0 h/\nu$
Ri	número de Richardson basado en el ancho del canal, $Ri = Gr/Re^2$
St	número de Strouhal basado en el ancho del canal, $St = fh/v_0$
t	tiempo
T	temperatura
T_0	temperatura del fluido a la entrada del canal
T_w	temperatura de las placas calientes
U	componente de velocidad longitudinal adimensional, $U = u/v_0$
u, v	componentes de velocidad longitudinal y transversal, respectivamente
V	componente de velocidad transversal adimensional, $V = v/v_0$
v_0	velocidad del fluido a la entrada de canal
x, y	coordenadas Cartesianas
X	coordenada longitudinal adimensional, $X = x/h$
X_p	centroide del flujo másico, definido en la Ec. (2.17)
Y	coordenada transversal adimensional, $Y = y/h$

Símbolos griegos

α	difusividad térmica
β	coeficiente de expansión volumétrica
γ	ángulo de inclinación con respecto a la horizontal
λ	coeficiente de conductividad térmica
μ	viscosidad dinámica
ν	viscosidad cinemática
ρ_0	densidad del fluido para $T = T_0$
ψ	función corriente adimensional
Ω	vorticidad adimensional
θ_s	temperatura adimensional
τ	tiempo adimensional

Subíndices

i, j	coordenadas espaciales
cr	valor crítico
o	presión atmosférica

Abstract

Detailed numerical simulations are carried out for transient laminar opposing mixed convection in a rectangular inclined channel with both walls suddenly subjected to discrete isothermal flush-mounted heat sources simulating electronic components. Using the vorticity-stream function formulation of the unsteady two-dimensional Navier-Stokes and energy equations, the governing equations are solved numerically using the finite volume method. Simulations are performed for fixed values of the geometrical parameters, Reynolds number of $Re = 500$, Prandtl number of $Pr = 7$ and channel inclination of $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$. Results illustrate the effects of buoyancy strength or Richardson number $Ri = Gr/Re^2$ and channel inclination angle on the overall flow structure and nondimensional heat flux (Nusselt number) from the heated slabs. It is found that for the horizontal configuration ($\gamma = 0^\circ$), higher threshold values of buoyancy strength are required for the appearance of the recirculation flows that take place downstream of the heated slabs. However, for increasing values of the inclination angle, vortex migration to higher positions inside the channel occurs and higher heat transfer rates are obtained. In addition, transition from steady to time-periodic flow takes place for values of the buoyancy parameter larger than a critical one, and the threshold value between the two regimes strongly depends on the value of the Reynolds number and channel orientation. The results include the effects of Reynolds and Prandtl numbers along with heat losses to the channel walls on the evolution of the final flow and thermal response.

Resumen

En este trabajo se llevaron a cabo predicciones numéricas de convección mixta laminar, opuesta y transitoria en un canal rectangular inclinado en el que ambas paredes son sujetas a fuentes de calor isotérmicas, simétricas y discretas, las cuales simulan componentes electrónicos. Se utilizó la formulación vorticidad-función de corriente de las ecuaciones de Navier-Stokes para estado transitorio y la ecuación de la energía. Las ecuaciones de gobierno fueron resueltas numéricamente utilizando el método de volumen finito. Las simulaciones se llevaron a cabo para valores fijos de los parámetros geométricos, un número de Reynolds de $Re = 500$, un número de Prandtl de $Pr = 7$ y ángulos de inclinación del canal de $0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$. Los resultados obtenidos ilustran el efecto de la fuerza de flotación o el número de Richardson $Ri = Gr/Re^2$ y del ángulo de inclinación en la estructura del flujo y en la razón de transferencia de calor adimensional (número de Nusselt) de las placas calientes. Se encontró que para la configuración horizontal ($\gamma = 0^\circ$), los valores críticos del parámetro de flotación para que ocurra el fenómeno de reversión de flujo que se lleva a cabo aguas abajo de las fuentes de calor son de mayor magnitud. Sin embargo, conforme incrementa el valor del ángulo de inclinación, los vórtices se desplazan aguas arriba y se obtiene una razón de transferencia de calor más alta. Además, se reporta que la respuesta del flujo cambia de estacionaria a oscilatoria periódica para valores del parámetro de flotación mayores que un valor crítico y que este valor depende fuertemente del valor del número de Reynolds y de la orientación del ducto. Los resultados incluyen los efectos de los números de Reynolds y Prandtl junto con las pérdidas de calor a través de las paredes del canal en la evolución de la respuesta hidrodinámica y de transferencia de calor final.